

V

$$1) \quad a_n = \frac{(-1)^n}{(n^p+2)^2}$$

$$|a_n| = \frac{1}{(n^p+2)^2}$$

АБСОЛЮТНА КОНВЕРГЕНЦИЯ:

$$|a_n| \sim \frac{1}{(n^p)^2} = \frac{1}{n^{2p}}$$

$\sum |a_n|$ КОНВЕРГИРА ЗА $2p > 1$, Т.Е. ЗА $p > \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \sum a_n$ АБСОЛЮТНО КОНВЕРГИРА ЗА $p > \frac{1}{2}$

УСЛОВНА КОНВЕРГЕНЦИЯ:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} |a_n| = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^{2p}} = \begin{cases} 0 & , \quad 2p > 0 \quad \Leftrightarrow p > 0 \\ 1 & , \quad 2p = 0 \quad \Leftrightarrow p = 0 \\ \infty & , \quad 2p < 0 \quad \Leftrightarrow p < 0 \end{cases}$$

$$|a_n| \sim \frac{1}{n^{2p}} = b_n, \quad p > 0$$

$$\frac{b_{n+1}}{b_n} = \frac{\frac{1}{(n+1)^{2p}}}{\frac{1}{n^{2p}}} = \left(\frac{n}{n+1}\right)^{2p} < 1 \Rightarrow (b_n) \downarrow \Rightarrow (|a_n|) \downarrow \text{ ЗА } p > 0$$

$\lim_{n \rightarrow \infty} |a_n| = 0 \wedge (|a_n|) \downarrow$ ЗА $p > 0 \Rightarrow \sum a_n$ УСЛОВНО КОНВЕРГИРА ПО ЛАБЕНИЦУ ЗА $p > 0$

$$2) \quad a_n = \frac{(-1)^{n-1}}{(n^{3p} + 2)^{\frac{1}{4}}}$$

$$|a_n| = \frac{1}{(n^{3p} + 2)^{\frac{1}{4}}}$$

АБСОЛЮТНА КОНВЕРГЕНЦИЯ:

$$|a_n| \sim \frac{1}{(n^{3p})^{\frac{1}{4}}} = \frac{1}{n^{12p}}$$

$$\Rightarrow \sum |a_n| \text{ КОНВЕРГИРА ЗА } 12p > 1 \\ p > \frac{1}{12}$$

$$\Rightarrow \sum a_n \text{ АБСОЛЮТНО КОНВЕРГИРА ЗА } p > \frac{1}{12}$$

УСЛОВНАЯ КОНВЕРГЕНЦИЯ:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} |a_n| = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^{12p}} = \begin{cases} 0, & 12p > 0 \quad \Leftrightarrow p > 0 \\ 1, & 12p = 0 \quad \Leftrightarrow p = 0 \\ \infty, & 12p < 0 \quad \Leftrightarrow p < 0 \end{cases}$$

$$|a_n| \sim \frac{1}{n^{12p}} = b_n, \quad p > 0$$

$$\frac{b_{n+1}}{b_n} = \frac{\frac{1}{(n+1)^{12p}}}{\frac{1}{n^{12p}}} = \left(\frac{n}{n+1}\right)^{12p} < 1 \rightarrow (b_n) \downarrow \text{ ЗА } p > 0 \\ \rightarrow (|a_n|) \downarrow \text{ ЗА } p > 0$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} |a_n| = 0 \wedge (|a_n|) \downarrow \text{ ЗА } p > 0 \Rightarrow \sum a_n \text{ УСЛОВНО КОНВЕРГИРА ЗА } p > 0 \\ \text{ПО ААДЖЕВИЦЕ}$$

$$3) \quad a_n = \frac{(-1)^n}{n \cdot \sqrt[n]{n^p}}$$

$$|a_n| = \frac{1}{n \cdot \sqrt[n]{n^p}} = \frac{1}{n^{1+\frac{p}{n}}}$$

АБСОЛЮТНА КОНВЕРГЕНЦИЯ:

$$\sum |a_n| \text{ КОНВЕРГИРА ЗА } \begin{matrix} 1 + \frac{p}{n} > 1 \\ \frac{p}{n} > 0 \\ p > 0 \end{matrix}$$

$$\Rightarrow \sum a_n \text{ АБСОЛЮТНО КОНВЕРГИРА ЗА } p > 0$$

УСЛОВНА КОНВЕРГЕНЦИЯ:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} |a_n| = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^{1+\frac{p}{n}}} = \begin{cases} 0, & 1 + \frac{p}{n} > 0 \Leftrightarrow p > -2 \quad \checkmark \\ 1, & 1 + \frac{p}{n} = 0 \Leftrightarrow p = -2 \\ \infty, & 1 + \frac{p}{n} < 0 \Leftrightarrow p < -2 \end{cases}$$

$$\frac{|a_{n+1}|}{|a_n|} = \frac{\frac{1}{(n+1)^{1+\frac{p}{n+1}}}}{\frac{1}{n^{1+\frac{p}{n}}}} = \left(\frac{n}{n+1}\right)^{1+\frac{p}{2}} < 1 \Rightarrow (|a_n|) \downarrow \text{ ЗА } p > -2$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} |a_n| = 0 \text{ А } (|a_n|) \downarrow \text{ ЗА } p > -2 \Rightarrow \sum a_n \text{ УСЛОВНО КОНВЕРГИРА ЗА } p > -2 \text{ ПО ЛАЙБНИЦ}$$

$$4) \quad a_n = \frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt[3]{n^p+1}}$$

$$|a_n| = \frac{1}{\sqrt[3]{n^p+1}}$$

АБСОЛЮТНА КОНВЕРГЕНЦИЯ:

$$|a_n| \sim \frac{1}{n^{p/3}}$$

$$\Rightarrow \sum |a_n| \text{ КОНВЕРГИРА ЗА } \begin{matrix} \frac{p}{3} > 1 \\ p > 3 \end{matrix}$$

$$\Rightarrow \sum a_n \text{ АБСОЛЮТНО КОНВЕРГИРА ЗА } p > 3$$

УСЛОВНА КОНВЕРГЕНЦИЯ:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} |a_n| = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^{p/3}} = \begin{cases} 0, & \frac{p}{3} > 0 & \Leftrightarrow p > 0 & \checkmark \\ 1, & \frac{p}{3} = 0 & \Leftrightarrow p = 0 \\ \infty, & \frac{p}{3} < 0 & \Leftrightarrow p < 0 \end{cases}$$

$$|a_n| \sim \frac{1}{n^{p/3}} = b_n, \quad p > 0$$

$$\frac{b_{n+1}}{b_n} = \frac{\frac{1}{(n+1)^{p/3}}}{\frac{1}{n^{p/3}}} = \left(\frac{n}{n+1}\right)^{p/3} < 1 \rightarrow (b_n) \downarrow \text{ ЗА } p > 0$$

$$\rightarrow (|a_n|) \downarrow \text{ ЗА } p > 0$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} |a_n| = 0 \wedge (|a_n|) \downarrow \text{ ЗА } p > 0 \Rightarrow \sum a_n \text{ УСЛОВНО КОНВЕРГИРА ЗА } p > 0$$

ПО ЛЕБНИЦУ

$$17) \quad a_n = (-1)^n n^p (\sqrt{n^2+2n+1} - \sqrt{n^2+1})$$

$$|a_n| = n^p (\sqrt{n^2+2n+1} - \sqrt{n^2+1}) \cdot \frac{\sqrt{n^2+2n+1} + \sqrt{n^2+1}}{\sqrt{n^2+2n+1} + \sqrt{n^2+1}} = n^p \cdot \frac{n^2+2n+1 - n^2-1}{\sqrt{n^2+2n+1} + \sqrt{n^2+1}}$$

$$= n^p \cdot \frac{2n}{\sqrt{n^2+2n+1} + \sqrt{n^2+1}} = 2 \cdot \frac{n^{p+1}}{\sqrt{n^2+2n+1} + \sqrt{n^2+1}}$$

АБСОЛЮТНА КОНВЕРГЕНЦИЯ:

$$|a_n| \sim 2 \frac{n^{p+1}}{n+n} = 2 \cdot \frac{n^{p+1}}{2n} = \frac{1}{n^{-p}}$$

$\rightarrow \sum |a_n|$ КОНВЕРГИРА ЗА $-p > 1$
 $p < -1$

$\rightarrow \sum a_n$ АБСОЛЮТНО КОНВЕРГИРА ЗА $p < -1$

УСЛОВНА КОНВЕРГЕНЦИЯ:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} |a_n| = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^{-p}} = \begin{cases} 0 & , -p > 0 \quad (\Rightarrow) \quad p < 0 \quad \checkmark \\ 1 & , -p = 0 \quad (\Rightarrow) \quad p = 0 \\ \infty & , -p < 0 \quad (\Rightarrow) \quad p > 0 \end{cases}$$

$$|a_n| \sim \frac{1}{n^{-p}} = b_n, \quad p < 0$$

$$\frac{b_{n+1}}{b_n} = \frac{\frac{1}{(n+1)^{-p}}}{\frac{1}{n^{-p}}} = \left(\frac{n}{n+1}\right)^{-p} < 1 \Rightarrow (b_n) \downarrow \Rightarrow (|a_n|) \downarrow$$

$\lim_{n \rightarrow \infty} |a_n| = 0 \wedge (|a_n|) \downarrow$ ЗА $p < 0 \Rightarrow \sum a_n$ УСЛОВНО КОНВЕРГИРА ЗА $p < 0$
ПО ЛАЙБНИЦУ

18)

$$a_n = (-1)^n \frac{n^p \sqrt{n}}{\sqrt{n+1} - \sqrt{n+1}}$$

$$|a_n| = \frac{n^p \sqrt{n}}{\sqrt{n+1} - \sqrt{n+1}} \cdot \frac{\sqrt{n+1} + \sqrt{n+1}}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n+1}} = \frac{n^{p+1/2} (\sqrt{n+1} + \sqrt{n+1})}{n+1 - n-1}$$

$$= \frac{1}{10} \cdot n^{p+1/2} \cdot (\sqrt{n+1} + \sqrt{n+1})$$

АБСОЛЮТНА КОНВЕРГЕНЦИЯ:

$$|a_n| \sim \frac{1}{10} n^{p+1/2} \cdot (\sqrt{n} + \sqrt{n}) = \frac{1}{10} n^{p+1/2} \cdot 2n^{1/2} = \frac{1}{5} n^{p+1} = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{n^{-p-1}}$$

$$\Rightarrow \sum |a_n| \text{ КОНВЕРГИРА ЗА } \begin{matrix} -p-1 > 0 \\ -p > -2 \quad | \cdot (-1) \\ p < -2 \end{matrix}$$

$$\Rightarrow \sum a_n \text{ АБСОЛЮТНО КОНВЕРГИРА ЗА } p < -2$$

УСЛОВНА КОНВЕРГЕНЦИЯ:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} |a_n| = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{n^{-p-1}} = \begin{cases} 0 & , -p-1 > 0 & \Leftrightarrow p < -1 \\ \frac{1}{5} & , -p-1 = 0 & \Leftrightarrow p = -1 \\ \infty & , -p-1 < 0 & \Leftrightarrow p > -1 \end{cases}$$

$$|a_n| \sim \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{n^{-p-1}} = b_n \quad p < -1$$

$$\frac{b_{n+1}}{b_n} = \frac{\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{(n+1)^{-p-1}}}{\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{n^{-p-1}}} = \left(\frac{n}{n+1} \right)^{-p-1} < 1 \Rightarrow (b_n) \downarrow \text{ ЗА } p < -1$$

$$\Rightarrow (|a_n|) \downarrow \text{ ЗА } p < -1$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} |a_n| = 0 \quad \wedge \quad (|a_n|) \downarrow \text{ ЗА } p < -1 \Rightarrow \sum a_n \text{ УСЛОВНО КОНВЕРГИРА}$$

$$\text{ЗА } p < -1 \text{ ПО ЛАЙБНИЦУ.}$$

$$19) \quad a_n = (-1)^n \frac{n^p}{\sqrt{n^2+n} - \sqrt{n^2+1}}$$

$$|a_n| = \frac{n^p}{\sqrt{n^2+n} - \sqrt{n^2+1}} \cdot \frac{\sqrt{n^2+n} + \sqrt{n^2+1}}{\sqrt{n^2+n} + \sqrt{n^2+1}} = \frac{n^p (\sqrt{n^2+n} + \sqrt{n^2+1})}{n^2+n - n^2-1}$$

$$= \frac{n^p (\sqrt{n^2+n} + \sqrt{n^2+1})}{n-1}$$

АБСОЛЮТНА КОНВЕРГЕНЦИЯ:

$$|a_n| \sim \frac{n^p (n+n)}{n} = \frac{n^p \cdot 2n}{n} = 2n^p = 2 \cdot \frac{1}{n^{-p}}$$

$$\Rightarrow \sum |a_n| \text{ КОНВЕРГИРА ЗА } \begin{matrix} -p > 1 \\ p < -1 \end{matrix}$$

$$\Rightarrow \sum a_n \text{ АБСОЛЮТНО КОНВЕРГИРА ЗА } p < -1$$

УСЛОВНА КОНВЕРГЕНЦИЯ:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} |a_n| = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2}{n^{-p}} = \begin{cases} 0, & -p > 0 \quad \Leftrightarrow p < 0 \quad \checkmark \\ 2, & -p = 0 \quad \Leftrightarrow p = 0 \\ \infty, & -p < 0 \quad \Leftrightarrow p > 0 \end{cases}$$

$$|a_n| \sim \frac{2}{n^{-p}} = b_n, \quad p < 0$$

$$\frac{b_{n+1}}{b_n} = \frac{\frac{2}{(n+1)^{-p}}}{\frac{2}{n^{-p}}} = \left(\frac{n}{n+1} \right)^{-p} < 1 \quad \text{ЗА } p < 0 \Rightarrow (b_n) \searrow \text{ ЗА } p < 0$$

$$\Rightarrow (|a_n|) \searrow \text{ ЗА } p < 0$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} |a_n| = 0 \wedge (|a_n|) \searrow \text{ ЗА } p < 0 \Rightarrow \sum a_n \text{ УСЛОВНО КОНВЕРГИРА ЗА } p < 0 \text{ ПО ЛАЙБНИЦ}$$

$$20) \quad a_n = (-1)^{n-1} \cdot \left(\sqrt{n^3+n+1} - \sqrt{n^3+1} \right)^p$$

$$|a_n| = \left[\left(\sqrt{n^3+n+1} - \sqrt{n^3+1} \right) \frac{\sqrt{n^3+n+1} + \sqrt{n^3+1}}{\sqrt{n^3+n+1} + \sqrt{n^3+1}} \right]^p$$

$$= \left(\frac{n^3+n+1 - n^3-1}{\sqrt{n^3+n+1} + \sqrt{n^3+1}} \right)^p = \left(\frac{n}{\sqrt{n^3+n+1} + \sqrt{n^3+1}} \right)^p$$

АБСОЛЮТНА КОНВЕРГЕНЦИЯ:

$$|a_n| \sim \left(\frac{n}{\sqrt{n^3+n+1}} \right)^p = \left(\frac{n}{2n^{3/2}} \right)^p = \left(\frac{1}{2n^{1/2}} \right)^p = \frac{1}{2^p} \cdot \frac{1}{n^{p/2}}$$

$$\Rightarrow \sum |a_n| \text{ КОНВЕРГИРА ЗА } \frac{p}{2} > 1$$

$$p > 2$$

$$\Rightarrow \sum a_n \text{ АБСОЛЮТНО КОНВЕРГИРА ЗА } p > 2$$

УСЛОВНА КОНВЕРГЕНЦИЯ:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} |a_n| = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2^p} \cdot \frac{1}{n^{p/2}} = \begin{cases} 0, & \frac{p}{2} > 0 & \Rightarrow p > 0 \\ 1, & \frac{p}{2} = 0 & \Rightarrow p = 0 \\ \infty, & \frac{p}{2} < 0 & \Rightarrow p < 0 \end{cases}$$

$$|a_n| \sim b_n, \quad p > 0$$

$$\frac{b_{n+1}}{b_n} = \frac{\frac{1}{2^p} \cdot \frac{1}{(n+1)^{p/2}}}{\frac{1}{2^p} \cdot \frac{1}{n^{p/2}}} = \left(\frac{n}{n+1} \right)^{p/2} < 1 \quad \text{ЗА } p > 0 \Rightarrow (b_n) \downarrow \text{ ЗА } p > 0$$

$$\Rightarrow (|a_n|) \downarrow \text{ ЗА } p > 0$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} |a_n| = 0 \wedge (|a_n|) \downarrow \text{ ЗА } p > 0 \Rightarrow \sum a_n \text{ УСЛОВНО КОНВЕРГИРА}$$

$$\text{ЗА } p > 0 \text{ ПО ЛАБЕЛЬЮ}$$

$$31) \quad a_n = (-1)^n \left(1 - \cos \frac{1}{n}\right)^p$$

$$|a_n| = \left(1 - \cos \frac{1}{n}\right)^p = \left(2 \cdot \sin^2 \frac{1}{2n}\right)^p$$

АБСОЛЮТНА КОНВЕРГЕНЦИЯ:

$$|a_n| \sim 2^p \cdot \left(\left(\frac{1}{2n}\right)^2\right)^p = 2^p \cdot \left(\frac{1}{2n}\right)^{2p} = 2^p \cdot \frac{1}{2^{2p} \cdot n^{2p}} = \frac{1}{2^p} \cdot \frac{1}{n^{2p}}$$

$$\Rightarrow \sum |a_n| \text{ КОНВЕРГИРА ЗА } 2p > 1 \\ p > \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \sum a_n \text{ АБСОЛЮТНО КОНВЕРГИРА ЗА } p > \frac{1}{2}$$

УСЛОВНА КОНВЕРГЕНЦИЯ:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} |a_n| = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2^p} \cdot \frac{1}{n^{2p}} = \begin{cases} 0, & 2p > 0 \quad \Leftrightarrow p > 0 \\ \frac{1}{2^p}, & 2p = 0 \quad \Leftrightarrow p = 0 \\ \infty, & 2p < 0 \quad \Leftrightarrow p < 0 \end{cases}$$

$$|a_n| \sim \frac{1}{2^p} \cdot \frac{1}{n^{2p}} = b_n, \quad p > 0$$

$$\frac{b_{n+1}}{b_n} = \frac{\frac{1}{2^p} \cdot \frac{1}{(n+1)^{2p}}}{\frac{1}{2^p} \cdot \frac{1}{n^{2p}}} = \left(\frac{n}{n+1}\right)^{2p} < 1 \Rightarrow (b_n) \downarrow \text{ ЗА } p > 0, \\ \Rightarrow (|a_n|) \downarrow \text{ ЗА } p > 0$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} |a_n| = 0 \wedge (|a_n|) \downarrow \text{ ЗА } p > 0 \Rightarrow \sum a_n \text{ УСЛОВНО КОНВЕРГИРА ЗА } p > 0 \\ \text{НО НЕ АБСОЛЮТНО}$$

$$32) \quad a_n = (-1)^{n+1} \frac{n^p}{1 - \cos \frac{1}{n}}$$

$$|a_n| = \frac{n^p}{1 - \cos \frac{1}{n}} = \frac{n^p}{2 \cdot \sin^2 \frac{1}{2n}} = \frac{n^p}{2 \left(\sin \frac{1}{2n} \right)^2}$$

АБСОЛЮТНА КОНВЕРГЕНЦИЯ:

$$|a_n| \sim \frac{n^p}{2 \cdot \left(\frac{1}{2n} \right)^2} = \frac{n^p}{2 \cdot \frac{1}{4n^2}} = 2 \cdot n^{p+2} = 2 \cdot \frac{1}{n^{-p-2}}$$

$$\Rightarrow \sum |a_n| \text{ КОНВЕРГИРА ЗА } \begin{aligned} -p-2 &> 1 \\ -p &> +3 \quad / \cdot (-1) \\ p &< -3 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \sum a_n \text{ АБСОЛЮТНО КОНВЕРГИРА ЗА } p < -3$$

УСЛОВНА КОНВЕРГЕНЦИЯ:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} |a_n| = \lim_{n \rightarrow \infty} 2 \cdot \frac{1}{n^{-p-2}} = \begin{cases} 0, & -p-2 > 0 & \Leftrightarrow p < -2 \\ 2, & -p-2 = 0 & \Leftrightarrow p = -2 \\ \infty, & -p-2 < 0 & \Leftrightarrow p > -2 \end{cases}$$

$$|a_n| \sim 2 \cdot \frac{1}{n^{-p-2}} = b_n, \quad p < -2$$

$$\frac{b_{n+1}}{b_n} = \frac{2 \cdot \frac{1}{(n+1)^{-p-2}}}{2 \cdot \frac{1}{n^{-p-2}}} = \left(\frac{n}{n+1} \right)^{-p-2} < 1 \quad \text{ЗА } p < -2 \Rightarrow (b_n) \downarrow \text{ ЗА } p < -2$$

$$\Rightarrow (|a_n|) \downarrow \text{ ЗА } p < -2$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} |a_n| = 0 \wedge (|a_n|) \downarrow \text{ ЗА } p < -2 \Rightarrow \sum a_n \text{ УСЛОВНО КОНВЕРГИРА}$$

$$\text{ЗА } p < -2 \text{ ПО ЛИБЕНИЦА}$$

$$33) \quad a_n = (-1)^n \left(n \text{ и } \frac{1}{n+1} \right)^p$$

$$|a_n| = \left(n \text{ и } \frac{1}{n+1} \right)^p$$

АБСОЛЮТНА КОНВЕРГЕНЦИЯ:

$$|a_n| \sim \left(\frac{1}{n+1} \right)^p \sim \left(\frac{1}{n} \right)^p = \frac{1}{n^p}$$

$\Rightarrow \sum |a_n|$ КОНВЕРГИРА ЗА $p > 1$

$\Rightarrow \sum a_n$ АБСОЛЮТНО КОНВЕРГИРА ЗА $p > 1$

УСЛОВНАЯ КОНВЕРГЕНЦИЯ:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} |a_n| = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^p} = \begin{cases} 0, & p > 0 \\ 1, & p = 0 \\ \infty, & p < 0 \end{cases}$$

$$|a_n| \sim \frac{1}{n^p} = b_n$$

$$\frac{b_{n+1}}{b_n} = \frac{\frac{1}{(n+1)^p}}{\frac{1}{n^p}} = \left(\frac{n}{n+1} \right)^p < 1 \text{ ЗА } p > 0 \Rightarrow (b_n) \downarrow \text{ ЗА } p > 0$$

$$\Rightarrow (|a_n|) \downarrow \text{ ЗА } p > 0$$

$\lim_{n \rightarrow \infty} |a_n| = 0 \wedge (|a_n|) \downarrow \text{ ЗА } p > 0 \Rightarrow \sum a_n$ УСЛОВНО КОНВЕРГИРА
ЗА $p > 0$ ПО ЛАГРАНЖУ

$$34) \quad a_n = (-1)^n n^p \sin \frac{1}{n}$$

$$|a_n| = n^p \sin \frac{1}{n}$$

АБСОЛЮТНА КОНВЕРГЕНЦИЈА:

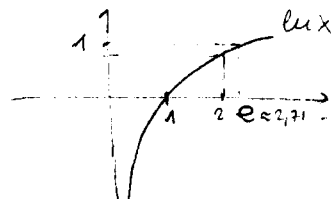
87)

$$a_n = \ln^n \left(\frac{2n+1}{n} \right)$$

КОШЕВ КРИТЕРИЙ:

$$\rho = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\ln^n \left(\frac{2n+1}{n} \right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \ln \left(\frac{2n+1}{n} \right)$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \ln \left(2 + \frac{1}{n} \right) = \ln 2$$



$$\rho < 1 \Rightarrow \sum a_n \text{ КОНВЕРГИРА}$$

88)

$$a_n = \ln^n \frac{3n^2+2}{3n^2}$$

КОШЕВ КРИТЕРИЙ:

$$\rho = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\ln^n \frac{3n^2+2}{3n^2}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \ln \frac{3n^2+2}{3n^2}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \ln \left(1 + \frac{2}{3n^2} \right) = \ln 1 = 0$$

$$\rho < 1 \Rightarrow \sum a_n \text{ КОНВЕРГИРА}$$

89)

$$a_n = \frac{\ln n}{n!}$$

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ КРИТЕРИЙ:

$$\ln n < n \quad / \cdot \frac{1}{n!}$$

$$\frac{\ln n}{n!} < \frac{n}{n!}$$

$$a_n < \frac{n}{n \cdot (n-1)!} = \frac{1}{(n-1)!}$$

$$(n-1)! = (n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3)!$$

$$(n-1)! > (n-3)! \cdot (n-2) \cdot (n-3)!$$

$$(n-1)! > (n-3)^2 \cdot (n-3)!$$

$$(n-1)! > (n-3)^2$$

$$\frac{1}{(n-1)!} < \frac{1}{(n-3)^2}$$

$$a_n < \frac{1}{(n-3)^2} = b_n$$

$$b_n \sim \frac{1}{n^2} = c_n$$

$$\sum c_n \text{ КОНВЕРГИРА КАО ПЕРИОДИЧЕСКАЯ} \rightarrow \sum b_n \text{ КОНВЕРГИРА}$$

$$a_n < b_n \Rightarrow \sum a_n \text{ КОНВЕРГИРА}$$